Capítulo 1

Números reales

- Los números racionales.
- Expresiones decimales finitas y periódicas.
- Aproximación y truncamiento.
- Error absoluto.
- Porcentaje. Descuentos y recargos.
- Potenciación y radicación de números racionales.
- Operaciones con números racionales.
- Los números irracionales.
- Representación gráfica de irracionales.
- El conjunto de los números reales.
- Intervalos reales.
- Radicales.
- Operaciones con radicales.

Los números racionales ($\mathbb{Q}$)

Teoría

Un número es **racional** si puede ser expresado como el cociente entre dos números enteros.

- Los números naturales y los enteros son números racionales.

a) $5 = \frac{15}{3}$ b) $3 = \frac{-12}{-4}$ c) $-6 = \frac{30}{-5}$ d) $-7 = \frac{-70}{10}$

- Un número racional puede expresarse mediante una **fracción** o una **expresión decimal**. Las expresiones decimales pueden ser finitas o periódicas.

a) $\frac{3}{10} = 0{,}3$ b) $\frac{5}{9} = 0{,}\overset{\frown}{5}$ c) $-\frac{1}{4} = -0{,}25$ d) $-\frac{4}{15} = -0{,}2\overset{\frown}{6}$

1 Decidir y escribir si la expresión decimal de cada fracción es finita (**F**) o periódica (**P**).

a) $\frac{5}{2} \rightarrow \square$ c) $\frac{10}{3} \rightarrow \square$ e) $\frac{3}{25} \rightarrow \square$ g) $\frac{5}{6} \rightarrow \square$

b) $\frac{4}{7} \rightarrow \square$ d) $\frac{9}{20} \rightarrow \square$ f) $\frac{11}{9} \rightarrow \square$ h) $\frac{2}{13} \rightarrow \square$

i) ¿Qué determina en la fracción que la expresión decimal sea finita o periódica?

2 Un número racional está expresado como $r = \frac{a+1}{6}$.

Encontrar un valor de a que verifique cada condición.

a) Que r sea un número natural. $\rightarrow \square$

b) Que r sea un número entero negativo. $\rightarrow \square$

c) Que r tenga una expresión decimal finita. $\rightarrow \square$

d) Que r tenga una expresión decimal periódica. $\rightarrow \square$

e) ¿Existe algún valor entero de **b** para que $\frac{b-1}{4}$ tenga una expresión decimal periódica? ¿Por qué?

3 Colocar **>** o **<** según corresponda.

a) $\frac{1}{3} \ \square \ 0{,}33$ c) $\frac{1}{7} \ \square \ 0{,}142$ e) $\frac{28}{100} \ \square \ 0{,}29$ g) $-\frac{4}{5} \ \square \ -0{,}9$

b) $0{,}\overset{\frown}{5} \ \square \ 0{,}56$ d) $\frac{1}{5} \ \square \ 0{,}\overset{\frown}{2}$ f) $-\frac{3}{4} \ \square \ -0{,}7$ h) $-1{,}\overset{\frown}{5} \ \square \ -\frac{3}{2}$

i) ¿Qué valores de **n** y **m** verifican que $\frac{1}{3} < \frac{n}{m} < \frac{1}{2}$? ¿Cuántos valores posibles hay?

Expresiones decimales periódicas

Teoría

Para operar con expresiones decimales periódicas, es necesario transformarlas en fracciones irreducibles. Esto se logra con un método mecánico, como se muestra en los siguientes ejemplos.

Periódicas puras

a) $0,\overset{\frown}{4} = \frac{4}{9}$ b) $0,\overset{\frown}{21} = \frac{21}{99} = \frac{7}{33}$ c) $2,\overset{\frown}{6} = \frac{26-2}{9} = \frac{24}{9} = \frac{8}{3}$ d) $4,\overset{\frown}{72} = \frac{472-4}{99} = \frac{468}{99} = \frac{52}{11}$

Periódicas mixtas

a) $0,2\overset{\frown}{3} = \frac{23-2}{90} = \frac{21}{90} = \frac{7}{30}$ b) $0,10\overset{\frown}{5} = \frac{105-10}{900} = \frac{95}{900} = \frac{19}{180}$ c) $1,3\overset{\frown}{6} = \frac{136-13}{90} = \frac{123}{90} = \frac{41}{30}$

4 Escribir la expresión decimal periódica de las siguientes expresiones.

a) $\frac{18-1}{90} =$

c) $\frac{312-31}{900} =$

b) $\frac{25-2}{9} =$

d) $\frac{508-50}{90} =$

5 Hallar la expresión fraccionaria de las siguientes expresiones decimales $\left(0,\overset{\frown}{a} = \frac{a}{9}\right)$.

a) $b,\overset{\frown}{c} =$

c) $f,g\overset{\frown}{h} =$

b) $0,\overset{\frown}{de} =$

d) $0,j\overset{\frown}{km} =$

6 Escribir la expresión decimal periódica y transformarla en fracción irreducible.

a) 0,55555… =

d) 0,42222… =

b) 1,77777... =

e) 2,16666… =

c) 4,3333… =

f) 0,5131313… =

Desafío

7 Pensar y responder sin hacer los cálculos.

a) ¿Cuál será el resultado de $0,\overset{\frown}{1} + 0,\overset{\frown}{4}$?

b) ¿Cuál será el resultado de $1 - 0,\overset{\frown}{2}$?

c) ¿Qué número representa $0,\overset{\frown}{9}$?

Aproximación y truncamiento. Error

Teoría

Las cifras decimales de una expresión decimal se pueden acortar por razones prácticas **aproximando** o **truncando** a la cifra de los décimos, centésimos, milésimos, etc.

– Para **aproximar**, primero, se debe determinar hasta qué cifra decimal se va a considerar y, luego, hay que observar la cifra que se encuentra a su derecha.

- Si la cifra de la derecha es **0**, **1**, **2**, **3** o **4**, la cifra considerada **se deja igual** (por defecto).
- Si la cifra de la derecha es **5**, **6**, **7**, **8** o **9**, a la cifra considerada **se le suma 1** (por exceso).

1. A los décimos ($\varepsilon < 0{,}1$)
   a) $0{,}32 \cong 0{,}3$
   b) $5{,}87 \cong 5{,}9$
2. A los centésimos ($\varepsilon < 0{,}01$)
   a) $1{,}371 \cong 1{,}37$
   b) $6{,}045 \cong 6{,}05$
3. A los milésimos ($\varepsilon < 0{,}001$)
   a) $7{,}3164 \cong 7{,}316$
   b) $4{,}9209 \cong 4{,}921$

Al realizar una aproximación se obtiene un nuevo número, distinto al original, y se genera un **error**. El **error absoluto** (ε) es el módulo de la diferencia entre el número original y el nuevo valor.

Los errores absolutos cometidos en las aproximaciones anteriores son:

1. a) $\varepsilon = |0{,}32 - 0{,}3| = 0{,}02$
   b) $\varepsilon = |5{,}87 - 5{,}9| = 0{,}03$
2. a) $\varepsilon = |1{,}371 - 1{,}37| = 0{,}001$
   b) $\varepsilon = |6{,}045 - 6{,}05| = 0{,}005$
3. a) $\varepsilon = |7{,}3164 - 7{,}316| = 0{,}0004$
   b) $\varepsilon = |4{,}9209 - 4{,}921| = 0{,}0001$

– **Truncar** es cortar el número en una determinada cifra decimal y eliminar las restantes.

a) $0{,}853 \cong 0{,}85$ b) $7{,}128 \cong 7{,}12$ c) $2{,}4526 \cong 2{,}452$ d) $4{,}1859 \cong 4{,}185$

8 Analizar y responder.

a) ¿Se puede cometer un error de 0,08 aproximando a los décimos? ¿Por qué?

b) ¿Cuál es el mayor error que se puede cometer al aproximar a los centésimos?

c) ¿Cuándo se comete un mayor error? ¿Truncando o aproximando?

9 Aproximar y calcular el error absoluto.

a) 2,963 con $\varepsilon < 0{,}1$.

b) 4,09972 con $\varepsilon < 0{,}001$

10 Calcular mentalmente el error absoluto de cada medición y marcar con una **x** aquella en la que se comete el menor error.

a) $\varepsilon < 0,1$ → 1,21 cm ☐ 1,26 cm ☐ 1,28 cm ☐

b) $\varepsilon < 0,01$ → 0,574 m ☐ 0,575 m ☐ 0,577 m ☐

c) $\varepsilon < 0,001$ → 8,0132 mm ☐ 8,0139 mm ☐ 8,0138 mm ☐

11 Completar la tabla con la aproximación que corresponda.

	Expresión decimal		
	$\varepsilon < 0,1$	$\varepsilon < 0,01$	$\varepsilon < 0,001$
$\frac{1}{6}$			
$\frac{5}{11}$			
$\frac{3}{7}$			

12 Un cálculo se puede resolver de manera fraccionaria o decimal.

a) ¿Se obtendrá el mismo resultado independientemente de la manera en que se lo resuelva?

b) Resolver el cálculo de manera fraccionaria y expresar el resultado mediante una expresión decimal con $\varepsilon < 0,01$.

$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} =$

c) Hallar la expresión decimal de cada fracción con $\varepsilon < 0,01$ y resolver el cálculo de manera decimal.

$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} =$

d) ¿Qué conclusión se obtiene al resolver el mismo cálculo de ambas maneras? ¿Cuál es más precisa?

13 Se aproximó la altura de una persona con un error absoluto de 0,002 m y se obtuvo 1,58 m.
Escribir cuál o cuáles pueden ser las medidas reales de la persona.

Desafío

14 Una varilla mide exactamente 1,23 m. Dos personas la midieron con distintos instrumentos, que arrojaron resultados con 4 decimales cada uno. Una de las personas obtuvo un resultado con el menor error absoluto; y la otra, con el mayor.
Escribir los posibles resultados de las mediciones de ambas personas.

15 Hallar la expresión decimal de las siguientes fracciones.

a) $\frac{9}{20} =$ b) $-\frac{11}{3} =$ c) $\frac{8}{45} =$ d) $-\frac{1}{8} =$

16 Hallar la fracción irreducible de las siguientes expresiones decimales.

a) $1{,}75 =$

b) $-0{,}\widehat{45} =$

c) $5{,}\widehat{6} =$

d) $-1{,}2\widehat{3} =$

e) $-41{,}5 =$

f) $3{,}0\widehat{5} =$

17 Escribir una expresión decimal que cumpla con la condición pedida.

a) $0{,}2 < \boxed{} < 0{,}21$ b) $1{,}66 < \boxed{} < 1{,}\widehat{6}$ c) $-2{,}\widehat{05} < \boxed{} < -2{,}05$

18 Escribir una fracción que cumpla con la condición pedida.

a) $\frac{1}{4} < \frac{\boxed{}}{\boxed{}} < \frac{1}{3}$ b) $-\frac{1}{8} < \frac{\boxed{}}{\boxed{}} < 0$ c) $-\frac{9}{25} < \frac{\boxed{}}{\boxed{}} < -\frac{7}{20}$

19 Representar los siguientes números racionales en la recta.

a) $1{,}\widehat{6}$ y $0{,}75$

b) $-0{,}8\widehat{3}$ y $1{,}4\widehat{9}$

20 Una de las leyes de defensa del consumidor establece que "…los vueltos por diferencias menores a cinco centavos deben ser a favor del cliente…" en los casos en que el comercio no disponga de monedas de un centavo para entregar de vuelto.

Decidir cuánto se debe pagar según la ley por los siguientes importes.

a) \$ 5,62 → $\boxed{}$

b) \$ 3,87 → $\boxed{}$

c) \$ 2,04 → $\boxed{}$

d) \$ 7,99 → $\boxed{}$

Responder.

e) La ley ¿establece una aproximación o un truncamiento?

f) ¿En qué casos se aproxima a los décimos el importe de la compra?

21 **Aproximar el resultado decimal de las siguientes operaciones.**

a) $\frac{13}{9} + 0,\overset{\frown}{12} \longrightarrow \varepsilon < 0,1$

b) $1,\overset{\frown}{7} - \frac{7}{10} \longrightarrow \varepsilon < 0,01$

c) $\frac{3}{8} + 0,\overset{\frown}{5} \longrightarrow \varepsilon < 0,001$

22 **Medir con la regla y anotar la medida del segmento.**

El segmento rojo mide: $\boxed{}$

Si el segmento rojo mide exactamente 8,473 cm, ¿cuál fue el error absoluto de la medición anterior?

23 **Resolver las siguientes operaciones de la manera más conveniente.**

a) $\left(0,4 + \frac{6}{5} \cdot 0,\overset{\frown}{3}\right) . 0,25 + \frac{7}{20} =$

d) $\left(0,\overset{\frown}{5} - 0,5\right) \cdot \frac{9}{2} + \left(\frac{1}{2} - 0,7\right) : 0,8 =$

b) $\left(\frac{2}{5} - 0,3\right) . 1,25 + \frac{1}{200} - 0,8 \cdot \frac{7}{10} =$

e) $\left(2 : \frac{4}{5} \cdot 0,5\overset{\frown}{3} - \frac{5}{6}\right) \cdot \frac{8}{5} - 0,12 . 5 =$

c) $\frac{3}{4} : \left(1,5 - \frac{3}{5}\right) - 1 : \frac{3}{2} + 5 . 0,18 =$

f) $0,\overset{\frown}{185} . \left(2 - \frac{8}{5}\right) + \left(0,\overset{\frown}{5} - 1,\overset{\frown}{3}\right) : 7 =$

Porcentaje

Teoría

El **A**% de una cantidad **B** es tomar **A** de las 100 partes en que se divide a **B**, o sea, $A \cdot \frac{B}{100} = B \cdot \frac{A}{100}$

Por ejemplo, el 25% de 240 es: $240 \cdot \frac{25}{100} = 240 \;.\; 0{,}25 = 60$.

Para calcular el porcentaje de una cantidad, se la multiplica por un número decimal.

a) El 8% de 50 es: 50 . 0,08 = 4.

b) El 20% de 160 es: 160 . 0,2 = 32.

c) El 75% de 200 es: 200 . 0,75 = 150.

d) El 130% de 180 es: 180 . 1,3 = 234.

24 **Pensar y responder.**

a) ¿Qué parte de una cantidad es el 25%?

b) El 80% de una cantidad ¿es mayor o menor a las tres cuartas partes?

c) ¿Qué porcentaje corresponde a la mitad de una cantidad?

d) ¿Qué porcentaje duplica a una cantidad?

25 **Escribir el porcentaje que representa cada producto.**

a) M . 0,1 es el ☐ % de M.

b) 0,65 . R es el ☐ % de R.

c) S . 1 es el ☐ % de S.

d) 2,5 . N es el ☐ % de N.

26 **Expresar como producto y calcular.**

a) El 12% de 150:

b) El 40% de 70:

c) El 85% de 600:

d) El 115% de 400:

27 El precio de lista de un lavarropas es de $ 8.400. Si se paga en efectivo, se ahorra un 5% y, si se paga con tarjeta de débito, se incrementa en un 3%.

Calcular y responder.

a) ¿Cuál es el importe del recargo?

b) ¿Cuál es el importe del descuento?

c) Si se paga con tarjeta de crédito, se puede comprar en cuotas con recargo.
Calcular y completar la tabla.

Cantidad de cuotas	Porcentaje del recargo	Valor del recargo	Precio con recargo	Valor de cada cuota
6	15%			
12	28%			
24	42%			

Cálculo directo de descuentos y recargos

Teoría

Se puede calcular **directamente** el valor con descuento o con recargo de una cierta cantidad.

a) Cuando se compra con un **descuento del 6%**, lo que se termina pagando es el **94%** del valor.
El valor de un LCD de $ 8 500 con un 6% de descuento es: $ 8 500 . 0,94 = $ 7 990.

b) Cuando se compra con un **recargo del 4%**, lo que se termina pagando es el **104%** del precio.
El valor de un celular de $ 5 000 con un 4% de recargo es: $ 5 000 . 1,04 = $ 5 200.

c) Al pagar una deuda que incluye un recargo del 5%, se paga un 105% del valor de la deuda.
El valor original de una deuda de $ 798 con un recargo del 5% es: $ 798 : 1,05 = $ 760.

d) Al pagar una factura que incluye un descuento del 8%, se paga el 92% del valor de la factura.
El valor original de una factura de $ 782 con un descuento del 8% es: $ 782 : 0,92 = $ 850.

28 Se asigna la letra **P** al precio de lista de un electrodoméstico.
Indicar si se aplicó al precio de lista un recargo o un descuento, y en qué porcentaje se hizo.

a) 1,2 . P

b) 0,89 . P

29 **Calcular directamente.**

a) El precio final de una heladera de $ 7 600 con un recargo del 8%.

b) Cuánto se paga un mueble de $ 9 300 con un descuento del 15%.

c) El importe original de una factura, que con un recargo del 6% se abona $ 477.

d) El precio de lista de una campera, que se paga $ 1 628 con un descuento del 12%.

30 **Plantear y resolver.**

a) Un teléfono celular de $ 8 000 se compra con un recargo del 17% y se paga en cuotas iguales de $ 1 170. ¿En cuántas cuotas se compró?

b) Se compra una PC con un recargo del 5% y se paga en 12 cuotas iguales de $ 840 cada una. ¿Cuál es el precio de lista de la PC?

c) Al precio de un producto se le aplica un descuento del 30% y al nuevo precio, otro descuento del 30%. ¿Cuál es el descuento total?

d) Al precio de una remera se le aplica un 20% de descuento. ¿Qué recargo hay que aplicarle al precio con descuento para obtener el precio original?

Desafío

31 Un mueble cuesta $ 1 800 y se compra con tarjeta de crédito en 6 cuotas iguales de $ 327.
Calcular el recargo aplicado en la financiación.

Potenciación de números racionales

Teoría

- Potencia de una fracción: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
- Exponente entero negativo: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ y $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$
- Para calcular cualquier potencia de una expresión decimal existe una **regla práctica**.

  La cantidad de lugares decimales de la potencia es igual al producto de la cantidad de lugares decimales de la base por el exponente.

a) $0{,}03^2 = \underbrace{0{,}03}_{\text{2 lugares decimales}} \cdot \underbrace{0{,}03}_{\text{2 lugares decimales}} = \underbrace{0{,}0009}_{\text{4 lugares decimales}}$

$2 \cdot 2 = 4$

b) $0{,}05^3 = \underbrace{0{,}05}_{\text{2 lugares decimales}} \cdot \underbrace{0{,}05}_{\text{2 lugares decimales}} \cdot \underbrace{0{,}05}_{\text{2 lugares decimales}} = \underbrace{0{,}000125}_{\text{6 lugares decimales}}$

$2 \cdot 3 = 6$

32 Calcular.

a) $8^{-1} =$

b) $7^{-2} =$

c) $5^{-3} =$

d) $2^{-5} =$

e) $(-6)^{-1} =$

f) $(-9)^{-2} =$

g) $(-2)^{-3} =$

h) $(-3)^{-4} =$

i) $(-1)^{-8} =$

33 Calcular.

a) $\left(\frac{7}{9}\right)^{-1} =$

b) $\left(\frac{1}{10}\right)^{-1} =$

c) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2} =$

d) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-3} =$

e) $\left(-\frac{7}{6}\right)^{-2} =$

f) $\left(-\frac{5}{4}\right)^{-3} =$

34 Colocar **V** (verdadero) o **F** (falso) según corresponda.

a) $-7^{-2} = \frac{1}{49}$ ☐

b) $\frac{3^{-1}}{2} = \frac{2}{3}$ ☐

c) $\frac{1}{4^{-2}} = 16$ ☐

d) $\left(-\frac{1}{8}\right)^{-1} = 8$ ☐

e) $\frac{5^{-1}}{2^{-1}} = \frac{2}{5}$ ☐

f) $-\frac{1}{6^2} = 36$ ☐

g) Resolver correctamente las que son falsas.

35 Verificar la siguiente igualdad.

$$\left(\frac{a^3}{b^5}\right)^{-2} \cdot a^{-4} \cdot \frac{1}{b^{-6}} \cdot \left(\frac{a}{b^2}\right)^6 = \left(\frac{a}{b}\right)^{-4}$$

Radicación de números racionales

Teoría

- Raíz de una fracción: $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
- Para calcular cualquier raíz de una expresión decimal, existe una **regla práctica**.
  La cantidad de lugares decimales de la raíz es igual a la cantidad de lugares decimales del radicando dividido el índice.

  a) $\sqrt{0{,}36} = 0{,}6$; porque $0{,}6^2 = 0{,}36$ b) $\sqrt[3]{0{,}027} = 0{,}3$; porque $0{,}3^3 = 0{,}027$

  Si la cantidad de lugares decimales de la base no se puede dividir exactamente por el índice, entonces, la raíz no es exacta: $\sqrt{0{,}4}$, $\sqrt{0{,}009}$ y $\sqrt[3]{0{,}64}$ NO tienen raíz exacta.

36 Calcular.

a) $\sqrt{\frac{1}{49}} =$ c) $\sqrt[3]{\frac{1}{216}} =$ e) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}} =$

b) $\sqrt{\frac{25}{81}} =$ d) $\sqrt[3]{-\frac{27}{125}} =$ f) $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}} =$

37 Colocar una **x** a las raíces que no son exactas.

a) $\sqrt{0{,}09}$ ☐	d) $\sqrt{0{,}0016}$ ☐	g) $\sqrt[3]{-0{,}000125}$ ☐	j) $\sqrt[3]{0{,}343}$ ☐
b) $\sqrt{0{,}004}$ ☐	e) $\sqrt[3]{0{,}008}$ ☐	h) $\sqrt{1{,}44}$ ☐	k) $\sqrt[4]{0{,}000001}$ ☐
c) $\sqrt{2{,}5}$ ☐	f) $\sqrt[3]{0{,}00027}$ ☐	i) $\sqrt[3]{2{,}16}$ ☐	l) $\sqrt[5]{0{,}0000032}$ ☐

m) Resolver las raíces anteriores exactas.

38 Resolver las siguientes raíces.

a) $\sqrt{\left(\frac{3}{8} + \frac{3}{10}\right) \cdot \frac{5}{6}} =$ b) $\sqrt[3]{\frac{0{,}7 \,.\, 0{,}6 - 0{,}1}{5}} =$ c) $\sqrt{\left(0{,}\hat{8} - 0{,}2\hat{7}\right) .\, 0{,}\widehat{72}} =$

Desafío

39 Encontrar un valor de **a** y **b** que verifique cada desigualdad. Justificar.

a) $0{,}5 < \sqrt{a} < 0{,}6$ b) $0{,}2 < \sqrt[3]{b} < 0{,}3$

40 Calcular el porcentaje que representa cada cantidad.

a) 45 fósforos de una caja de 250.

b) 168 km de un trayecto de 420 km.

41 Calcular y responder.

a) El 84% de las personas de una fiesta eran niños. Si había 52 adultos, ¿cuántas personas había en la fiesta?

b) De un tanque lleno de agua, se sacan 234 litros y queda un 64% del agua. ¿Cuál es la capacidad del tanque?

42 Calcular y completar la tabla.

Precio	Recargo	Descuento	Importe del recargo	Importe del descuento	Total a pagar
$ 1 200	7%	----------		----------	
$ 1 450	----------	8%	----------		
$ 1 500		----------		----------	$ 1 680
	----------	16%	----------	$ 360	
	15%	----------	$ 273	----------	
	----------		----------	$ 408	$ 1 992

43 Plantear y resolver.

a) Se compra un LCD con un recargo del 16% sobre el precio de lista y se paga en 24 cuotas iguales de $ 522. ¿Cuál es el precio de lista del LCD?

b) Un comerciante compra remeras, les recarga el IVA y un 35% de ganancia. Si vende cada remera a $ 390, ¿cuánto gana por cada remera que vende?

44 Colocar **V** (verdadero) o **F** (falso) según corresponda.

a) $0{,}05^2 = 0{,}25$ ☐

b) $\sqrt{0{,}9} = 0{,}3$ ☐

c) $1{,}3^2 = 1{,}69$ ☐

d) $-\,0{,}4^2 = 0{,}16$ ☐

e) $\sqrt[3]{0{,}001} = 10^{-1}$ ☐

f) $6^{-2} = -\,36$ ☐

g) $\dfrac{1^{-1}}{8} = 8$ ☐

h) $\sqrt{-\,0{,}49} = -\,0{,}7$ ☐

i) $0{,}\overset{\frown}{5}^{-1} = 1{,}8$ ☐

j) $0{,}1^4 = 0{,}1$ ☐

k) $\sqrt[3]{-\,0{,}512} = -\,\dfrac{4}{5}$ ☐

l) $0{,}3^{-1} = 3{,}\overset{\frown}{3}$ ☐

45 Hallar el valor de **m** en cada igualdad.

a) $m^2 = 0{,}0036 \longrightarrow m = \boxed{}$

b) $\sqrt{m} = 0{,}02 \longrightarrow m = \boxed{}$

c) $\left(\frac{4}{3}\right)^m = \frac{27}{64} \longrightarrow m = \boxed{}$

d) $m^{-2} = \frac{1}{121} \longrightarrow m = \boxed{}$

e) $\sqrt{m} = 0{,}006 \longrightarrow m = \boxed{}$

f) $2^m = \frac{1}{32} \longrightarrow m = \boxed{}$

g) $\sqrt[3]{m} = 0{,}5 \longrightarrow m = \boxed{}$

h) $0{,}1^m = 10.000 \longrightarrow m = \boxed{}$

46 Resolver las siguientes potencias y raíces.

a) $\sqrt{0{,}\overset{\frown}{4}} =$

b) $0{,}\overset{\frown}{8}^2 =$

c) $\sqrt{0{,}69\overset{\frown}{4}} =$

d) $\left(-1{,}\overset{\frown}{6}\right)^{-2} =$

e) $\sqrt[3]{0{,}\overset{\frown}{296}} =$

f) $\left(-0{,}\overset{\frown}{3}\right)^{-5} =$

47 Resolver las siguientes operaciones combinadas.

a) $\sqrt{(1 - 0{,}6) : 1{,}\overset{\frown}{1}} - \frac{7}{4} + 1{,}2^2 =$

b) $\left(1{,}5 - 0{,}8\overset{\frown}{3}\right)^2 - \sqrt{\left(0{,}\overset{\frown}{1} + \frac{2}{3}\right) : 7^{-1}} =$

c) $-0{,}5^2 + \sqrt{1 - 19 \, . \, 10^{-2}} - \left(3 \, . \, 0{,}7 - \frac{8}{5}\right)^2 =$

d) $\left(\frac{5}{6} - 1{,}\overset{\frown}{3}\right)^3 - 2^{-2} + \sqrt{0{,}75 - 2^{-1}} =$

e) $\sqrt[3]{\frac{1}{2} + 0{,}3 \, . \, 0{,}2^2} - \left(0{,}\overset{\frown}{7} + 1{,}7\overset{\frown}{2}\right)^{-2} =$

f) $\sqrt{2 \, . \, 1{,}3\overset{\frown}{8} - 1} + \frac{5}{6} - \sqrt{\frac{1}{4} - 0{,}\overset{\frown}{2}} =$

Los números reales ($\mathbb{R}$)

Teoría

Un número es **irracional** cuando no puede ser expresado como el cociente de dos números enteros, y su expresión decimal tiene una cantidad **infinita** de cifras decimales **no periódicas**.

- Todas las **raíces no exactas** son números irracionales.

  a) $\sqrt{2} = 1{,}4142135...$ b) $\sqrt[3]{12} = 2{,}2894284...$ c) $\sqrt{0{,}9} = 0{,}9486832...$

- Se puede determinar un número irracional a partir de una **ley de formación**.

  a) 0,12345678910111213… b) 1,357911131517… c) 0,369121518212427…

- El número $\pi = 3{,}141592654...$ es irracional.

Los números **racionales** y los **irracionales** determinan el conjunto de los números **reales** ($\mathbb{R}$).

48 Decidir si el resultado de las siguientes operaciones es racional o irracional. Justificar.

a) $\sqrt{7} + \sqrt{7}$ $\longrightarrow$

b) $\sqrt{8} \, . \, \sqrt{2}$ $\longrightarrow$

c) $\sqrt{15} - \sqrt{6}$ $\longrightarrow$

d) $\sqrt{20} : \sqrt{5}$ $\longrightarrow$

49 Aproximar las siguientes raíces con $\varepsilon < 0{,}001$.

a) $\sqrt{39} \cong$ b) $\sqrt{\frac{3}{4}} \cong$ c) $\sqrt[3]{0{,}\overset{\frown}{2}} \cong$

50 Hallar la ley de formación y escribir el número con, por lo menos, 6 cifras más.

a) 0,122333444455… $\longrightarrow$

b) 0,246810121416… $\longrightarrow$

c) 0,14916253649… $\longrightarrow$

51 Encontrar un valor de **a** para que el resultado de la operación cumpla con la condición pedida.

a) $\sqrt{a+7}$ es racional si a = ☐

b) $\sqrt{1-a}$ es irracional si a = ☐

c) $\sqrt{6} \, . \, \sqrt{a}$ es racional si a = ☐

d) $\sqrt{9a}$ es irracional si a = ☐

e) $\sqrt{5} - \sqrt{a}$ es racional si a = ☐

f) $\sqrt{25} : \sqrt{a}$ es irracional si a = ☐

Intervalos reales

Teoría

Un **intervalo real** es un segmento o semirrecta de la recta real y se representa como un par ordenado de números encerrados entre paréntesis y/o corchetes.

- El número de la izquierda es el **extremo inferior**; y el de la derecha, el **extremo superior**.
- En todo intervalo, el número ubicado a la izquierda debe ser menor que el ubicado a la derecha.
- El **paréntesis** indica que **no** se incluye al extremo, y el **corchete** que **sí** se lo incluye.

a) $-1 < x < 4 \rightarrow (-1\,; 4)$

c) $-3 \leq x < 2 \rightarrow [-3\,; 2)$

e) $x > 2 \rightarrow (2\,; +\infty)$

b) $0 < x \leq 5 \rightarrow (0\,; 5]$

d) $-7 \leq x \leq -2 \rightarrow [-7\,; -2]$

f) $x \leq -1 \rightarrow (-\infty\,; -1]$

- La **amplitud** de un intervalo es la diferencia entre el extremo superior y el inferior.

a) $(-9\,; -1) \rightarrow$ Amplitud: $-1-(-9) = \mathbf{8}$ b) $[0{,}1\,; 0{,}3] \rightarrow$ Amplitud: $0{,}3 - 0{,}1 = \mathbf{0{,}2}$

En los intervalos $(a\,; +\infty)$ o $(-\infty\,; b]$ no se puede calcular la amplitud.

52 Escribir los intervalos reales y calcular su amplitud cuando sea posible.

a) $x < 7 \rightarrow$
c) $-3 \leq x < 4 \rightarrow$
e) $-2 < x < 2 \rightarrow$
b) $-6 < x \leq -1 \rightarrow$
d) $x \geq -5 \rightarrow$
f) $-8 \leq x \leq 0 \rightarrow$

53 Escribir la expresión algebraica y representar cada intervalo en la recta real.

a) $(-3\,; +\infty) \rightarrow$
c) $[0\,; 6] \rightarrow$
b) $(-7\,; -2] \rightarrow$
d) $(-\infty\,; 5] \rightarrow$

54 Escribir el intervalo y la expresión algebraica en cada caso.

a)

b)

c)

d)

55 Escribir un intervalo de la amplitud 0,5 al que pertenezca cada uno de los siguientes números.

a) $\frac{13}{7} \rightarrow$
b) $-\sqrt{90} \rightarrow$
c) $\sqrt{0{,}07} \rightarrow$

Desafío

56 Colocar **V** (verdadero) o **F** (falso) según corresponda.

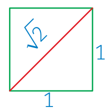
a) $1{,}\overset{\frown}{9} \in (0\,; 2)$ ☐
c) $\pi \in (-\infty\,; 3]$ ☐
e) $2 + \sqrt{3} \in (3\,; 4)$ ☐
b) $\sqrt{50} \in [7\,; 8]$ ☐
d) $-\sqrt{31} \in (-5\,; -4)$ ☐
f) $3 - \sqrt{10} \in (-2\,; -1)$ ☐

Números irracionales en la recta real

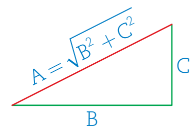
Teoría

Los números irracionales no pueden ubicarse exactamente en la recta numérica; salvo las raíces cuadradas, que se pueden representar por un segmento.

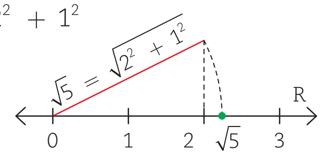
- A partir de aplicar la relación pitagórica, la longitud de la diagonal de un cuadrado de lado 1 es $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$



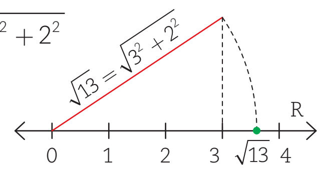
- Para representar $\sqrt{a}$ en la recta numérica, se debe aplicar la relación pitagórica: $A^2 = B^2 + C^2 \Rightarrow A = \sqrt{B^2 + C^2}$



a) $\sqrt{5} = \sqrt{2^2 + 1^2}$



b) $\sqrt{13} = \sqrt{3^2 + 2^2}$



57 Pensar y responder. Justificar.

a) ¿Cuál es el valor de la diagonal de un cuadrado de lado 3?

b) La diagonal de un cuadrado ¿puede medir $\sqrt{50}$?

c) ¿Puede la diagonal de un cuadrado ser un valor racional?

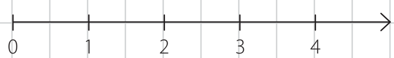
d) ¿Cuál es el valor de la diagonal de un rectángulo cuyos lados son 2 y 6?

e) ¿Qué rectángulo no cuadrado tiene por diagonal $\sqrt{50}$?

58 Representar las siguientes raíces en la recta real.

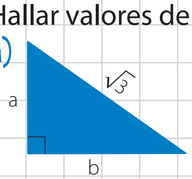
a) $\sqrt{20}$

b) $-\sqrt{26}$

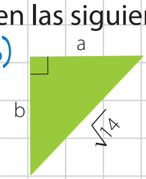


59 Hallar valores de **a** y **b** que verifiquen las siguientes construcciones.

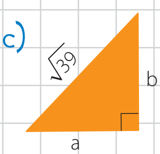
a)



b)



c)



60 Representar en la recta $\sqrt{3}$ y $\sqrt{19}$.

Operaciones con números irracionales

Teoría

Algunos números irracionales se expresan exactamente mediante un **radical**, que es la raíz indicada de un número, siempre que esta tenga solución real.

Para operar con radicales, hay que aplicar distintas propiedades.

a) $3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = \mathbf{7\sqrt{5}}$

b) $\sqrt{7} \,.\, \sqrt{3} = \sqrt{7 \,.\, 3} = \mathbf{\sqrt{21}}$

c) $\sqrt{35} : \sqrt{5} = \sqrt{35 : 5} = \mathbf{\sqrt{7}}$

d) $\sqrt{18} = \sqrt{3^2 \,.\, 2} = \sqrt{3^2} \,.\, \sqrt{2} = \mathbf{3\sqrt{2}}$

e) $\sqrt{12} + \sqrt{75} - \sqrt{3} = \sqrt{2^2 \,.\, 3} + \sqrt{5^2 \,.\, 3} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - \sqrt{3} = \mathbf{6\sqrt{3}}$

61 Colocar **V** (verdadero) o **F** (falso) según corresponda.

a) $\sqrt{7} + \sqrt{7} = \sqrt{14}$ ☐

b) $-\sqrt{6} + \sqrt{6} = 0$ ☐

c) $2\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 2\sqrt{10}$ ☐

d) $\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2$ ☐

e) $5\sqrt{3} - \sqrt{3} = 5$ ☐

f) $\sqrt{11} + \sqrt{11} = 2\sqrt{11}$ ☐

g) Resolver correctamente las que son falsas.

62 Resolver aplicando propiedades.

a) $\sqrt{3} \,.\, \sqrt{2} =$

b) $\sqrt{7} \,.\, \sqrt{7} =$

c) $\sqrt{20} \,.\, \sqrt{5} =$

d) $\sqrt{75} : \sqrt{3} =$

e) $12\sqrt{2} : \sqrt{2} =$

f) $\sqrt{48} : \sqrt{8} =$

63 Reducir el radical a la mínima expresión.

a) $\sqrt{8} =$

b) $\sqrt{45} =$

c) $\sqrt{27} =$

d) $\sqrt{72} =$

64 Resolver las siguientes operaciones.

a) $5\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + 6\sqrt{3} =$

b) $\sqrt{50} + \sqrt{32} =$

c) $7\sqrt{3} + \sqrt{48} =$

d) $\sqrt{2}\left(\sqrt{8} + \sqrt{18}\right) =$

e) $\left(\sqrt{45} - \sqrt{20}\right) : \sqrt{5} =$

f) $\left(\sqrt{5} + \sqrt{3}\right) . \left(\sqrt{5} - \sqrt{3}\right) =$

Desafío

65 Hallar el valor de **m** que verifica las siguientes igualdades.

a) $\sqrt{5 + m} = 1$

b) $\sqrt{3} \,.\, m = 3\sqrt{5}$

c) $\sqrt{12} : m = 2$

d) $\sqrt{8} - m = \sqrt{2}$

66 Colocar **R** (racional) o **I** (irracional) según corresponda.

a) $\sqrt{0{,}036}$ ☐ d) $\sqrt{7^2}$ ☐ g) $\sqrt{3} - \sqrt{3}$ ☐

b) $\sqrt{\pi^2}$ ☐ e) $\sqrt{9} - \sqrt{5}$ ☐ h) $\sqrt{8} : \sqrt{8}$ ☐

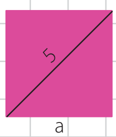
c) $\sqrt{0{,}\widehat{4}}$ ☐ f) $1 : 17$ ☐ i) $\sqrt{50} : 2$ ☐

67 Decidir si el enunciado es verdadero o falso. Justificar la respuesta.

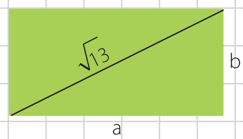
Cualquier operación entre números irracionales tiene un resultado irracional.

68 Hallar valores irracionales de **a** y **b** en cada figura.

a)



b)



69 Unir cada número con el intervalo al que pertenece.

a) 8^{-1}

b) $-0{,}\widehat{5}$

c) $\sqrt{0{,}1}$

d) $-0{,}7^2$

e) 2^{-1}

f) $-0{,}\widehat{9}$

g) $-0{,}3^0$

h) $0{,}\widehat{7}$

i) $-\sqrt{0{,}3}$

j) $0{,}5^4$

$\left[-1 ; -\frac{1}{2}\right)$

$\left(0 ; \frac{1}{2}\right)$

$\left[-\frac{1}{2} ; 0\right]$

$\left[\frac{1}{2} ; 1\right]$

70 Escribir los números enteros consecutivos entre los que se encuentra cada número irracional.

a) ☐ $< -\pi <$ ☐ c) ☐ $< \sqrt{\pi} <$ ☐ e) ☐ $< \sqrt{8{,}5} <$ ☐

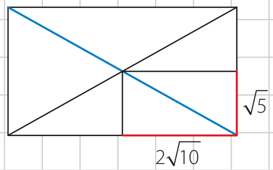
b) ☐ $< \sqrt{38} <$ ☐ d) ☐ $< -\sqrt{60} <$ ☐ f) ☐ $< -\sqrt[3]{100} <$ ☐

71 Representar con distintos colores los siguientes intervalos en la recta.

$(-4 ; 3)$ $5 \le x \le 9$ $(-\infty ; -10]$ $x > 11$

72 Representar los siguientes números en la misma recta real. $3\sqrt{5}$ y $-2\sqrt{10}$

73 Calcular la longitud del segmento azul en la figura y marcar con una **x** la respuesta correcta.



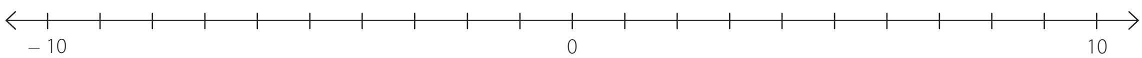
$8\sqrt{10}$ ☐ $6\sqrt{5}$ ☐ $2\sqrt{15}$ ☐

74 Reducir a la mínima expresión.

a) $2\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{a} + 3\sqrt{b}$ b) $10 + 5\sqrt{a} - 6 - 4\sqrt{a}$ c) $5\left(\sqrt{a} + \sqrt{a}\right) - 7\sqrt{a}$

75 Marcar aproximadamente en la recta real los siguientes números irracionales.

a) $m = \sqrt{7}\,.\,\sqrt{3}\,.\,\sqrt{2}$ b) $p = -\sqrt{174} : \sqrt{3}$ c) $r = \sqrt{5}\,.\,\sqrt{17}$ d) $t = -\sqrt{\dfrac{276}{12}}$



76 Colocar **V** (verdadero) o **F** (falso) según corresponda.

a) $\sqrt{125} = 5\sqrt{5}$ ☐ c) $\sqrt{216} = 6\sqrt{6}$ ☐ e) $3\sqrt{200} = 30\sqrt{2}$ ☐

b) $\sqrt{80} = 8\sqrt{5}$ ☐ d) $2\sqrt{63} = 3\sqrt{7}$ ☐ f) $5\sqrt{60} = 10\sqrt{15}$ ☐

77 Resolver las siguientes operaciones.

a) $\sqrt{2}\,.\left(\sqrt{18} + \sqrt{50}\right) =$ c) $\left(\sqrt{12} + \sqrt{20}\right)\left(\sqrt{3} + \sqrt{5}\right) =$ e) $\left(\sqrt{2} + \sqrt{8}\right)^2 =$

b) $\left(\sqrt{147} - \sqrt{75}\right) : \sqrt{3} =$ d) $4\sqrt{175} - 3\sqrt{63} =$ f) $\left(\sqrt{3} + \sqrt{5}\right)^2 =$

78 Colocar $>$, $<$ o $=$ según corresponda.

a) $\frac{1}{7}$ ☐ π

b) 10^{-1} ☐ $\sqrt{0,01}$

c) $\sqrt{3}$ ☐ $1,\overset{\frown}{73}$

d) 2^{-1} ☐ 3^{-1}

e) $2,236$ ☐ $\sqrt{2}$

f) $\sqrt{0,\overset{\frown}{4}}$ ☐ $0,\overset{\frown}{6}$

g) $-\frac{1}{8}$ ☐ $-0,1\overset{\frown}{2}$

h) $-\sqrt{1,6}$ ☐ $-\sqrt{\frac{3}{2}}$

i) $-0,1\overset{\frown}{9}$ ☐ $-\frac{19}{9}$

79 Representar los siguientes números racionales en la recta numérica.

a) $-2,\overset{\frown}{3}$

b) $0,\overset{\frown}{63}$

80 a) Completar la tabla con la aproximación que corresponda.

b) Colocar una **E** a las aproximaciones por exceso y una **D** a las aproximaciones por defecto.

	Expresión decimal		
	$\varepsilon < 0,1$	$\varepsilon < 0,01$	$\varepsilon < 0,001$
$\sqrt{7}$			
$\frac{3}{11}$			

c) Calcular para cada aproximación con cuál de los dos valores se comete el mayor error absoluto.

81 Se aproximó la longitud de una madera con un error absoluto de 0,03 cm y se obtuvo 1,287 m.
Escribir cuál o cuáles pueden ser las medidas reales de la madera.

82 El cálculo $\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2}$ se puede resolver de, por lo menos, dos maneras diferentes.

a) Aproximar cada raíz con $\varepsilon < 0,01$ y sumar los resultados obtenidos.

b) Resolver $3\sqrt{2}$ y aproximar con $\varepsilon < 0,01$ el resultado obtenido.

c) Decidir cuál es la manera más precisa para resolver $\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2}$.

83 **Resolver las siguientes operaciones combinadas de la manera más conveniente.**

a) $\left(1{,}7 : 2 - \frac{1}{20}\right) . 0{,}7 + \frac{1}{5} - 0{,}2 . 0{,}8 =$

b) $2{,}\widehat{2} : \frac{4}{3} - \left(0{,}7\widehat{5} - \frac{14}{45}\right) : 8 - \frac{5}{4} =$

84 Una heladera cuyo precio de lista en efectivo es de $ 8 800 se puede pagar en cuotas fijas con recargo.

Cuotas	3	6	9	12
Recargo	5%	8%	12%	18%

Observar la tabla y calcular.

a) ¿Cuánto se paga de recargo si se compra en 9 cuotas?

b) ¿Cuánto se termina pagando la heladera si se la compra en 6 cuotas?

c) Si se paga en 3 cuotas, ¿cuál es el valor de cada cuota?

d) ¿Cuánto se ahorra si se compra en 6 cuotas en lugar de 12?

85 **Plantear y resolver.**

a) Una deuda se paga 5 meses después con un interés del 1,8% mensual. Si el monto total es de $ 5 123, ¿cuál es el importe original de la deuda?

b) Se compra un auto por $ 215 000, se abona el 40% en efectivo y el resto se paga en 60 cuotas iguales de $ 2 924. ¿Cuál es el porcentaje de recargo?

86 **Resolver las siguientes potencias y raíces.**

a) $5^{-3} =$

b) $-7^{-2} =$

c) $\sqrt{\frac{1}{144}} =$

d) $\sqrt{0{,}0064} =$

e) $\left(-\frac{9}{7}\right)^{-1} =$

f) $\left(-\frac{3}{2}\right)^{-4} =$

g) $\sqrt[3]{-\frac{27}{512}} =$

h) $-0{,}\widehat{2}^{-2} =$

i) $\sqrt{13{,}\widehat{4}} =$

87 Resolver las siguientes operaciones combinadas.

a) $\left(\frac{6}{5} - 0{,}8\right)^{-2} - 2^{-1} + \sqrt{\frac{25}{2} - 0{,}25} =$

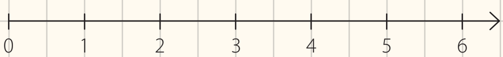
c) $\sqrt{2{,}\widehat{7} - 1} + \left(0{,}\widehat{4} - \frac{1}{3}\right) : 0{,}\widehat{6} - 2^{-2} =$

b) $\left(0{,}2\widehat{7} - \frac{5}{6}\right) \cdot \frac{3}{5} - (1{,}5)^{-2} + \sqrt{1 - 0{,}\widehat{5}} =$

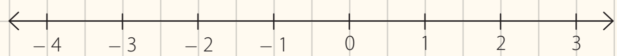
d) $\left(-0{,}\widehat{3}\right)^{2} - \sqrt{\frac{15}{7} \cdot \left(\frac{1}{4} + 0{,}8\right)} \cdot 1{,}\widehat{5} + (-0{,}75)^{-2} =$

88 Resolver gráficamente las siguientes operaciones.

a) $\sqrt{5} + \sqrt{13}$

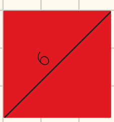


b) $\sqrt{8} - 4$

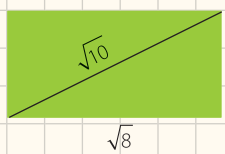


89 Calcular la expresión reducida del perímetro y de la superficie de las siguientes figuras.

a)



b)



90 Resolver las siguientes operaciones.

a) $\left(5\sqrt{3} + \sqrt{2}\right) . \sqrt{3} + 4\sqrt{6} - 8 =$

c) $\left(\sqrt{5} + \sqrt{10}\right) . \sqrt{2} - \sqrt{10} + 8\sqrt{5} =$

b) $7\sqrt{2} + 3\sqrt{20} - 2\sqrt{50} + 4\sqrt{5} =$

d) $\left(\sqrt{3} + \sqrt{6}\right)^{2} - 9 + \sqrt{2} =$