

DIANA DINES – LILIANA TOMASZEWSKI



# MATEMÁTICA

PARA COMPRENDER Y APLICAR



Kapelusz



# Índice

<b>CAPÍTULO 1   CONJUNTO DE NÚMEROS NATURALES</b> .....	5
OPERACIONES CON NÚMEROS NATURALES .....	5
SUPRESIÓN DE PARÉNTESIS, CORCHETES Y LLAVES .....	9
ECUACIONES .....	13
MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS NATURALES .....	16
DIVISIÓN DE NÚMEROS NATURALES .....	19
ECUACIONES CON MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN .....	23
POTENCIACIÓN DE NÚMEROS NATURALES .....	32
RADICACIÓN DE NÚMEROS NATURALES .....	37
ECUACIONES CON POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN .....	40
DIVISIBILIDAD DE NÚMEROS NATURALES .....	44
NÚMEROS PRIMOS .....	45
NÚMEROS COMPUESTOS .....	45
FACTORIZACIÓN DE NÚMEROS NATURALES .....	46
DIVISOR COMÚN MAYOR (D.C.M.) .....	47
MÚLTIPLO COMÚN MENOR (M.C.M.) .....	49
DICCIONARIO MATEMÁTICO .....	54
<b>CAPÍTULO 2   NÚMEROS FRACCIONARIOS RACIONALES</b> .....	55
FRACCIONES EQUIVALENTES .....	57
COMPARACIÓN DE FRACCIONES .....	59
REPRESENTACIÓN EN LA RECTA NUMÉRICA .....	61
OPERACIONES CON NÚMEROS FRACCIONARIOS .....	62
NÚMEROS DECIMALES .....	62
OPERACIONES CON NÚMEROS DECIMALES .....	79
PORCENTAJE .....	87
<b>CAPÍTULO 3   ELEMENTOS DE GEOMETRÍA</b> .....	91
SEMIRRECTA .....	92
SEGMENTO .....	93
POSICIONES RELATIVAS DE DOS RECTAS .....	93
ÁNGULOS .....	94
CLASIFICACIÓN DE ÁNGULOS .....	95
SISTEMA DE MEDICIONES DE ÁNGULOS .....	97
OPERACIONES .....	97
BISECTRIZ DE UN ÁNGULO .....	101
CLASIFICACIÓN DE ÁNGULOS SEGÚN SU POSICIÓN .....	101
<b>CAPÍTULO 4   PROPORCIONALIDAD</b> .....	111
RAZÓN .....	111
PROPORCIÓN .....	111
PROPIEDAD FUNDAMENTAL DE LAS PROPORCIONES .....	112
PROPORCIONALIDAD SIMPLE DIRECTA (P.D.) .....	114
PROPORCIONALIDAD SIMPLE INVERSA (P.I.) .....	114

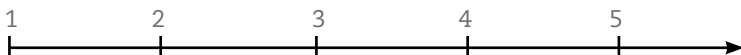
APLICACIONES .....	115
APLICACIÓN EN PORCENTAJE .....	116
<b>Capítulo 5   SIMELA</b> .....	119
MEDIDAS DE LONGITUD .....	120
MEDIDAS DE MASA .....	122
MEDIDAS DE CAPACIDAD .....	124
MEDIDAS DE SUPERFICIE .....	125
MEDIDAS AGRARIAS .....	126
MEDIDAS DE VOLUMEN .....	128
EQUIVALENCIAS .....	129
SISTEMA INGLÉS DE MEDIDA .....	130
<b>Capítulo 6   Figuras geométricas</b> .....	133
POLÍGONOS .....	133
POLÍGONOS REGULARES .....	133
TRIÁNGULO .....	134
CUADRILÁTEROS CONVEXOS .....	138
CIRCUNFERENCIA .....	139
CÍRCULO .....	140
<b>Capítulo 7   CUERPOS</b> .....	151
CUERPOS GEOMÉTRICOS .....	151
CUBO .....	153
PRISMA DE BASE CUADRADA .....	153
PRISMA DE BASE RECTANGULAR .....	154
PRISMA DE BASE PENTAGONAL .....	155
PIRÁMIDE DE BASE CUADRADA .....	155
CILINDRO .....	156
CONO .....	156
ESFERA .....	157
<b>Capítulo 8   CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS</b> .....	165
CONSTRUCCIÓN DE UNA RECTA PERPENDICULAR A OTRA .....	165
MEDIATRIZ DE UN SEGMENTO .....	165
RECTAS PARALELAS .....	166
CONSTRUCCIÓN DE UN ÁNGULO .....	167
TRAZADO DE LA BISECTRIZ .....	167
CONSTRUCCIÓN DE UN HEXÁGONO REGULAR .....	168
CONSTRUCCIÓN DE TRIÁNGULOS .....	169
CONSTRUCCIÓN DE PARALELOGRAMOS .....	171
<b>Capítulo 9   COMBINATORIA</b> .....	179
COMBINATORIA .....	179
NOCIONES DE ESTADÍSTICA .....	183
<b>Capítulo 10   Números enteros</b> .....	187
Valor absoluto o módulo .....	187
Operaciones con números enteros .....	191



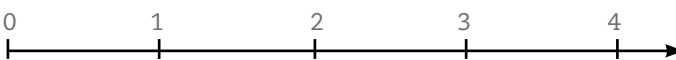
# Conjunto de números naturales

- ▮ Operaciones con números naturales
- ▮ Supresión de paréntesis, corchetes y llaves
- ▮ Ecuaciones
- ▮ Multiplicación de números naturales
- ▮ División de números naturales
- ▮ Ecuaciones con multiplicación y división
- ▮ Potenciación de números naturales
- ▮ Radicación de números naturales
- ▮ Ecuaciones con potencia y radicación
- ▮ Divisibilidad de números naturales
- ▮ Números primos
- ▮ Números compuestos
- ▮ Factorización de números naturales
- ▮ Divisor Común Mayor (D.C.M)
- ▮ Múltiplo común menor (m.c.m.)
- ▮ Diccionario matemático

Los números naturales son los primeros números que se conocieron y se utilizan para contar. El primer elemento es el uno.

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$


Si al conjunto de números naturales, le agregamos el cero, obtenemos un nuevo conjunto, Naturales con el cero.

$$N_0 = N \cup \{0\} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$


- Es un conjunto infinito.
- Tiene primer elemento.
- Todo número tiene siguiente o consecutivo.
- Entre dos números consecutivos no existe otro número natural.
- Es un conjunto ordenado.
- En lo sucesivo, cuando hablemos de números naturales estamos considerando naturales con el cero ( $N_0$ )

## Operaciones con números naturales

### Adición

El resultado de la adición se denomina suma.

$$a + b + c = s$$

Cada uno de los términos que forman la adición se denomina sumando.  
La suma de dos números naturales es un número natural.

El orden de los sumandos no altera la suma:  $a + b = b + a$ .

Esta propiedad se denomina *propiedad conmutativa*.

La suma no depende de la forma en que se agrupen los sumandos:

$$a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c).$$

Esta propiedad se denomina *propiedad asociativa*.

Si a todo número natural se le suma el cero, a la derecha o a la izquierda, el resultado es el mismo número:  $0 + a = a + 0 = a$ .

Esta propiedad se denomina *propiedad del elemento neutro*.

Si  $a + b = a + c$ , entonces  $b = c$ . Esta propiedad se denomina *propiedad cancelativa*.

**1** Nombrar en cada caso la propiedad aplicada.

**a)**  $3 + 5 + 9 = 9 + 5 + 3$

**b)**  $6 + (9 + 2) = (6 + 9) + 2$

**c)**  $7 + 4 + 0 = 0 + 7 + 4$

**2** Si  $a + b = 5$  y  $a + d = 7$ , calcular y justificar indicando qué propiedad fue aplicada.

**a)**  $b + 4 + a =$

**b)**  $(3 + d) + (a + 1) =$

**c)**  $a + (b + d + a) =$

**d)**  $(a + d) + a + (d + b) + a =$

**e)**  $(b + 3 + d) + (2 + a) + (a + 1) =$

**f)**  $(d + a + 1) + (b + d) + (a + 3) + (1 + a) =$

**Sustracción**

$$9 - 5 = 4$$

¿Qué número hay que sumarle a 5 para que dé 9?  
4 es la diferencia entre 9 y 5.

$$m - s = d$$

m: minuendo      s: sustraendo      d: diferencia

La diferencia entre dos números es el número que hay que sumarle al sustraendo para obtener el minuendo.

Conclusión:

a) Toda suma origina al menos dos diferencias.

$$a + b = c \begin{cases} a = c - b \\ b = c - a \end{cases}$$

$$7 + 3 = 10 \begin{cases} 7 = 10 - 3 \\ 3 = 10 - 7 \end{cases}$$

b) Si el minuendo es igual al sustraendo, la diferencia es igual a cero:  $m - m = 0$ .

c) Para que la diferencia entre dos números sea un número natural, el minuendo tiene que ser mayor al sustraendo.

La sustracción no cumple con la propiedad conmutativa:  $7 - 3 \neq 3 - 7$ .

La sustracción no cumple con la propiedad asociativa:  $(7 - 3) - 2 \neq 7 - (3 - 2)$ .

**3**

Operar por columna y colocar  $<$ ,  $>$ , o  $=$  según corresponda.

**a)** 
$$\begin{array}{r} 10 \square 10 \\ + 7 \square + 3 \\ \hline 2 \square 1 \\ \dots \square \dots \end{array}$$

**c)** 
$$\begin{array}{r} 8 \square 3 \\ + 2 \square + 1 \\ \hline 3 \square 0 \\ \dots \square \dots \end{array}$$

**e)** 
$$\begin{array}{r} 9 \square 4 \\ + 5 \square + 10 \\ \hline 2 \square 2 \\ \dots \square \dots \end{array}$$

**g)** 
$$\begin{array}{r} 10 \square 6 \\ - 3 \square - 4 \\ \hline \dots \square \dots \end{array}$$

**b)** 
$$\begin{array}{r} 12 \square 14 \\ + 3 \square + 3 \\ \hline 6 \square 10 \\ \dots \square \dots \end{array}$$

**d)** 
$$\begin{array}{r} 3 \square 3 \\ + 10 \square + 5 \\ \hline 1 \square 9 \\ \dots \square \dots \end{array}$$

**f)** 
$$\begin{array}{r} 6 \square 8 \\ + 4 \square + 1 \\ \hline \dots \square \dots \end{array}$$

**h)** 
$$\begin{array}{r} 12 \square 10 \\ - 3 \square - 3 \\ \hline \dots \square \dots \end{array}$$



$$\begin{array}{r} \text{i)} \quad 10 \quad \square \quad 4 \\ - \quad 6 \quad \square \quad 3 \\ \hline \dots \quad \square \quad \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{j)} \quad 10 \quad \square \quad 9 \\ - \quad 7 \quad \square \quad 1 \\ \hline \dots \quad \square \quad \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{k)} \quad 10 \quad \square \quad 10 \\ - \quad 4 \quad \square \quad 7 \\ \hline \dots \quad \square \quad \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{l)} \quad 10 \quad \square \quad 9 \\ - \quad 6 \quad \square \quad 5 \\ \hline \dots \quad \square \quad \dots \end{array}$$

### Suma algebraica

Es una sucesión de sumas y restas

$$9 + 3 - 7 + 5 - 2 + 8 =$$

Cualquier suma algebraica puede resolverse sumando los términos que figuran sumando, y restándoles la suma de los términos que figuran restando.

$$(9 + 3 + 5 + 8) - (7 + 2) = 25 - 9 = 16$$

NOTA: Hay que tener presente que si en una suma algebraica se tiene el mismo número con signos opuestos dichos términos pueden cancelarse.

$$9 + 4 - 4 + 6 = 9 + 6 \text{ pues } 4 - 4 = 0. \text{ entonces } 9 + 0 + 6 = 9 + 6$$

4

Resolver las siguientes sumas algebraicas usando las reglas prácticas vistas:

a)  $180 - 20 + 135 - 200 - 15 =$

f)  $21 - 3 - 7 + 20 + 9 - 10 + 15 - 25 + 10 =$

b)  $45 + 15 - 31 - 1 + 8 =$

g)  $18 - 9 + 7 + 9 - 5 - 6 =$

c)  $348 + 25 - 22 - 15 + 9 - 3 =$

h)  $8 + 15 - 8 + 5 - 6 + 3 - 2 =$

d)  $145 - 30 + 48 - 31 + 5 - 3 - 9 + 120 =$

i)  $8 + 7 - 4 - 1 + 32 + 5 - 12 =$

e)  $81 - 9 + 48 + 9 - 32 - 31 + 2 - 4 =$

j)  $7 - 17 + 1 + 3 + 10 + 17 - 9 + 11 =$

## Multiplicación de números naturales

La multiplicación es la forma abreviada de una adición de términos iguales.

$$\begin{aligned} 8 + 8 + 8 &= 8 \cdot 3 \\ 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 &= 3 \cdot 8 \end{aligned}$$

En el primer caso el 8 se repite tres veces, en el segundo el 3 se repite ocho veces. El 3 y el 8 se denominan factores y el resultado 24 se denomina producto.

$$a \cdot b = p$$

$a$  y  $b$  son los factores de la multiplicación y  $p$ , el resultado llamado producto.

### Propiedades de la multiplicación

I) Todo número multiplicado por cero es igual a cero:  $a \cdot 0 = 0 \cdot a$  (el cero es el elemento absorbente de la multiplicación).

II) Todo número multiplicado por uno es el mismo número:  $a \cdot 1 = 1 \cdot a$  (el 1 es el elemento neutro de la multiplicación).

III) El orden de los factores no altera el producto, propiedad conmutativa.

$$\begin{aligned} 3 \cdot 8 &= 8 \cdot 3 \\ a \cdot b &= b \cdot a \end{aligned}$$

IV) El producto no depende de la forma en que se asocian los factores, propiedad asociativa.

$$\begin{aligned} (5 \cdot 2) \cdot 3 &= 5 \cdot (2 \cdot 3) \\ a \cdot (b \cdot c) &= (a \cdot b) \cdot c = a \cdot b \cdot c \end{aligned}$$

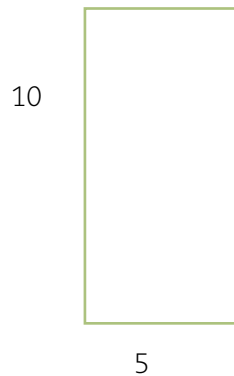
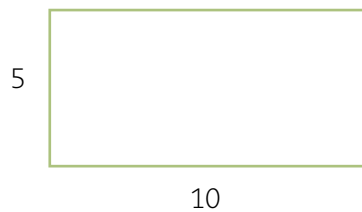
V) La multiplicación es distributiva con la adición y sustracción tanto a la derecha como a la izquierda, propiedad distributiva.

$$\begin{aligned} a \cdot (b + c) &= (b + c) \cdot a \iff a \cdot b + a \cdot c = b \cdot a + c \cdot a \\ a \cdot (b - c) &= (b - c) \cdot a \iff a \cdot b - a \cdot c = b \cdot a - c \cdot a \\ (7 + 8 - 5) \cdot 4 &= 7 \cdot 4 + 8 \cdot 4 - 5 \cdot 4 \\ 10 \cdot 4 &= 28 + 32 - 20 \\ 40 &= 40 \end{aligned}$$

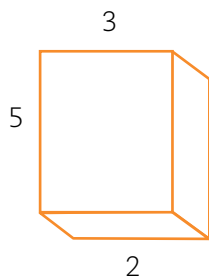
VI) Factor común es la propiedad simétrica de la propiedad distributiva.

$$\begin{aligned} 21 + 15 - 18 &= \\ 3 \cdot 7 + 3 \cdot 5 - 3 \cdot 6 &= 3 \cdot (7 + 5 - 6) = \\ a \cdot b + a \cdot c - a \cdot d &= a \cdot (b + c - d) \\ m \cdot a - n \cdot a + c \cdot a &= (m - n + c) \cdot a \end{aligned}$$

## Interpretación geométrica de la multiplicación



$10 \cdot 5 = 50$  representa el área que encierra el rectángulo.



$2 \cdot 5 \cdot 3 = 30$  representa el volumen que encierra el cuerpo.

**10** Aplicar la propiedad que se indica en cada caso

a) (asociativa y conmutativa)  $9 \cdot 5 \cdot 20 =$

c) (factor común)  $25 - 15 + 40 - 55 =$

b) (distributiva)  $8 \cdot (5 + 9 - 3) =$

d) (distributiva)  $(100 - 50 + 40) \cdot 3 =$

**11** Nombrar las propiedades que se aplicaron en cada caso.

a)  $(m + n) \cdot p = m \cdot p + n \cdot p$

c)  $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

b)  $a \cdot b \cdot c = c \cdot a \cdot b$

d)  $m \cdot 1 = m$

## Diccionario matemático

LENGUAJE COLOQUIAL	LENGUAJE MATEMÁTICO
1 Dado un número.	1 ... $x, y, z$
2 El siguiente de un número o el consecutivo de un número.	2 $x + 1$
3 El anterior de un número.	3 $x - 1$
4 El duplo o doble de un número.	4 $2 \cdot x$
5 El siguiente del duplo de un número.	5 $2x + 1$
6 El duplo del siguiente de un número.	6 $2 \cdot (x + 1)$
7 La mitad de un número.	7 $\frac{1}{2}x$ ; $x : 2$ ; $\frac{x}{2}$
8 La mitad del anterior de un número.	8 $\frac{1}{2} \cdot (x - 1)$
9 El anterior de la mitad de un número.	9 $\frac{1}{2}x - 1$
10 Adición; aumentado.	10 +
11 Sustracción; diferencia.	11 -
12 Razón; cociente.	12 :
13 Producto.	13 .
14 La cuarta parte de un número.	14 $\frac{1}{4}x$ ; $x : 4$ ; $\frac{x}{4}$
15 El cuadrado de un número.	15 $x^2$
16 La raíz cuadrada de un número.	16 $\sqrt{x}$
17 La raíz cuarta de un número.	17 $\sqrt[4]{x}$